交通量のマクロ的推定方法

The Method of Macroscopic Estimation of Transportations

上　野　皓　司
Ueno,　Koji

ABSTRACT

The volume of transportation is usually linked with GNP which is produced by the capital and the social overhead capital which includes the transport means. In the area which is abundant in capital and social overhead capital, the economic activities will be developed and the volume of transportation becomes much more than in other areas. For the analysis of macroscopic and cumulative effect to the volume of transportation by capital and social overhead capital, the integral equations are applied.

Button（1993）は，「経済成長や発展への輸送の重要性は決して真剣に問題にされたことはなかったが，その正確な役割や影響は断続的に再評価され続けた。」[(1)]と述べ，EC の運輸政策の特徴や，輸送と地域開発の密接な関連を検討している。また McFadden（1974）は，「輸送体系があらゆる都市経済の決定的な要素であり，輸送政策の決定が都市の発展に深い影響を及ぼすことは自明である。」[(2)]と述べている。Rephann（1994）は米国の州が建設する州間の高速道路が隣接する市や町の経済成長や開発にどのような影響を及ぼしているかをモデルによって検討し[(3)]，Dierx（1990）は，地域間の輸送施設の改善が，取引を促進し地域的な不

（1）Button（1993），P.222。
（2）McFadden（1974），P.121。
（3）高速道路の恩恵を受けるのは，一般に人口が 25000 人以上のある程度都市化している町や大きな市に近接している地区である，と述べている。資本や社会資本の増大が交通量の増大にどれだけ効果をもつかは，分析対象である地域の状況に依存する。

平等を減少させる，ことをモデルによって示している[(4)]。輸送投資はある程度不確定な将来効果を目指しており，Kain（1964）は個人の，住居の世帯数，自動車の所有，通勤手段としての輸送機関，通勤距離，についての決断の仕方を，デトロイトの 254 地区について調査し，輸送投資がこれらにどのような影響を及ぼすかを検討している。

輸送投資は政府や州，市等の地方公共団体による社会資本の形成であるが，直接的な輸送投資と同時に都市の環境整備や経済活動の活性化への投資の多くは交通量の増大に影響を及ぼす。Solow（1973）は，渋滞を回避するために建設される道路は土地の価値を変化させ，土地を必要以上に道路化させている，と述べている。建設される道路は社会資本を増大させるが，渋滞を解消するだけで交通量が増大しなければ，社会資本の交通量への効果は低下したことになる[(5)]。社会資本への投資は常に便益と費用の比較が必要であるが，Mishan（1975）は，有効な社会資本への投資のためには，現在の便益や費用の流れの社会的価値がどのようであるか，多くの選択的な投資事業にどのような序列をつけるべきか，資金がどれだけ存在するか，をまず検討しなければならないと述べている。

以下では輸送量を社会活動の総体的な指標と考え，輸送投資を含む社会資本や民間の資本が交通量にどのような影響を及ぼしているかをマクロ的に把握するための方法を検討する。

1. 交通量と資本や社会資本との関連

以下では，交通量の時間的推移は計測上は過去の交通データから統計的関数として抽出できるが，他方交通量の時間的推移を，資本 K や社会資本 G との関連のもとで，一般的に把握したい，という問題を考える。最初に，

（4）近年の多数のより小さく適正な広域都市圏の強い成長は，より大きな広域都市圏の規模の経済性の便益への改善されたアクセス，によってある程度説明される，と述べている。

（5）また Solow and Vickrey（1971）は，都市内道路への土地利用は，CBD（Central Business District）から遠く離れるにしたがって道路への土地の利用割合が相対的に減少し，CBD 周辺での市場価値にしたがった道路への土地利用は過剰になっている，と述べている。

①交通量の時間的推移は，0から現時点であるt時点までは統計的な測定により $C(t)=v+wt$ で表される[(6)]。

②交通量の理論的な推移は，資本 K や社会資本 G の時間の関数として表されるが，一般的には資本 K や社会資本 G の時間の関数として $\Psi(K,\ G,\ t,\ \tau)$ と表現される関数の時間の累積値であると憶測され[(7)]，資本 K や社会資本 G の時間の関数として交通量の時間的推移をより正確に表現する関数 $\phi(t)$ を求めたい。ここでは統計的な測定関数と理論的な関数との関連は以下のようであると考える。

$$C(t)=\phi(t)+\int_0^t \Psi(K,\ G,\ t,\ \tau)\phi(\tau)d\tau \tag{1}$$

$\Psi(K,\ G,\ t,\ \tau)$ は資本 K，社会資本 G，現時点 t，過去の時点 τ の憶測的な関数であり，ここでは $\Psi(t,\ \tau)=K+G(t-\tau)$ と表されると仮定する[(8)]。交通量の時間的推移は資本 K や社会資本 G の時間的な累積効果に t 時点の資本や社会資本の影響を表す $\phi(t)$ を加えた値であると想定する。過去の累積効果以外に現時点 t の即時的な影響をも考慮するためである。このとき（1）は以下のように表される[(9)]。

$$v+wt=\phi(t)+\int_0^t \{K+G(t-\tau)\}\phi(\tau)d\tau \tag{2}$$

v，w，K，G はすべて定数で，交通量の統計的な測定値は時間 t の一次関数で

（6）交通量の統計的な資料は多くの側面から収集することができる。Ben-Akiva（1987）はO−D表を作成するために，家計調査，旅行客の選択調査，通行者や通行車両の計測，ルートごとに集計された収入統計，人口や世帯数調査，雇用や土地利用統計，等の資料を総合的に利用する方法を検討している。Werner（1985）は第2章で交通量推定の方法をいくつか上げているが，その一つである成長要因モデル（growth factor models）は，対象地域の交通量は，その地域を含むより広い地域の交通量と同じ割合で変化する，と仮定している。左辺の交通量の詳細な測定が困難なときには，概略的に交通量を知るために，成長要因モデルの仮定の適用も一つの方法である。

（7）Berechman（1993）は米国でのバスや鉄道等の公共交通機関の維持費や設備への政府助成がそれらの利用客数にどのような影響を及ぼすかを検討している。ここでは社会資本Gの一部と交通量との関連を分析していることになるが，連邦政府の1989年の運転資金への補助は713760万ドル，資本への補助は364870万ドルである，と調査している。

（8）輸送方法の改善による都市地域への便益は大まかには土地の価値の変化によって測定することが可能である。Sheppard and Stover（1995）は，このような測定はその都市が有効な開発規制をしている場合にのみ可能である，と述べている。輸送方法の改善は社会資本の増大を意味し，土地の価値の上昇は通常その都市の所得や交通量の増大を伴う。社会資本の増大による交通量の変化は別途検討されなければならない課題である。

ある。積分値は，現時点 t から過去の時点 τ を引いた値に社会資本の一定値 G を乗じた値と資本 K の一定値の合計に未知関数 $\phi(t)$ を乗じた値を，0から t 時点まで積分したものである。資本 K と社会資本 G は0から t 時点まで同じ値のままであり増減していないが，交通量への推定的な関連では，資本 K は係数1の累積的な関係を有し，社会資本 G は0時点から現時点 t に近づくにしたがって累積的な影響を相対的に低下させる，すなわち（$t-\tau$）の影響を受ける，と想定されている。しかし資本 K と社会資本 G の0から t 時点までの正確な関係は不明確であるために，関数 $\phi(t)$ を知りたい。

2. 問題の解法：μ_1 と μ_2 が異なる場合

(2) は積分方程式であり，この式の解である未知関数 $\phi(t)$ は

$$\phi(t)=h_1\exp(\mu_1 t)+h_2\exp(\mu_2 t) \tag{3}$$

の形を取ることが知られている。そこで h や μ を計算すれば，求めている関数を得ることができる。(2) に (3) を代入すれば，

$$v+wt=h_1\exp(\mu_1 t)+h_2\exp(\mu_2 t)+\int_0^t(K+Gt-G\tau)\{h_1\exp(\mu_1\tau)+h_2\exp(\mu_2\tau)\}d\tau \tag{4}$$

であり，積分記号内を計算すれば，

$$\begin{aligned}v+wt=&h_1\exp(\mu_1 t)+h_2\exp(\mu_2 t)\\&+(K+Gt)\Big[(h_1/\mu_1)\exp(\mu_1\tau)+(h_2/\mu_2)\exp(\mu_2\tau)\Big]_0^t\\&-G\left[h_1\int_0^t\tau\exp(\mu_1\tau)d\tau+h_2\int_0^t\tau\exp(\mu_2\tau)d\tau\right]\end{aligned} \tag{5}$$

である。$\int\tau\exp(\mu_1\tau)d\tau$ と $\int\tau\exp(\mu_2\tau)d\tau$ は，積分記号をはずすことができ，

$$\int_0^t\tau\exp(\mu_1\tau)d\tau=(t/\mu_1)\exp(\mu_1 t)-\{1/(\mu_1)^2\}\{\exp(\mu_1 t)-1\}, \tag{6}$$

$$\int_0^t\tau\exp(\mu_2\tau)d\tau=(t/\mu_2)\exp(\mu_2 t)-\{1/(\mu_2)^2\}\{\exp(\mu_2 t)-1\} \tag{7}$$

（9）保原光雄，中原恒雄（1975）は，日本の国内および国際輸送量を貨物と乗客別，輸送機関別に調査し，その結果を輸送活動指数としてまとめ，その指数の動きがGNPや鉱工業生産指数の動きと同様であることを示している。4頁参照。国際機関や各国ではそれぞれ独自の輸送調査が行われているが，森地茂・山形耕一編（1993），60～62頁には日本の旅客と貨物の統計調査の実施機関や調査内容の一覧が示されている。

であり[(10)]，(6) と (7) を (5) に代入すれば，

$$\begin{aligned} v+wt &= h_1\exp(\mu_1 t)+h_2\exp(\mu_2 t)+(K+Gt)[(h_1/\mu_1)\{\exp(\mu_1 t)-1\} \\ &\quad +(h_2/\mu_2)\{\exp(\mu_2 t)-1\}]-G[h_1(1/\mu_1)t\exp(\mu_1 t) \\ &\quad -h_1\{1/(\mu_1)^2\}\{\exp(\mu_1 t)-1\}+h_2(1/\mu_2)t\exp(\mu_2 t) \\ &\quad -h_2\{1/(\mu_2)^2\}\{\exp(\mu_2 t)-1\}] \end{aligned}$$

であり，これを並べ変えれば，

$$\begin{aligned} v+wt &= h_1\exp(\mu_1 t)\{1+K(1/\mu_1)+G(1/\mu_1)^2\} \\ &\quad +h_2\exp(\mu_2 t)\{1+K(1/\mu_2)+G(1/\mu_2)^2\} \\ &\quad -G[\{h_1/(\mu_1)^2\}+\{h_2/(\mu_2)^2\}]-K\{(h_1/\mu_1)+(h_2/\mu_2)\} \\ &\quad -G\{(h_1/\mu_1)+(h_2/\mu_2)\}t \end{aligned} \tag{8}$$

である。(8) を解くために未定係数法を適用すれば，左右の両辺が等しくなればよく，

$$1+K(1/\mu_1)+G(1/\mu_1)^2=0, \tag{9}$$

$$1+K(1/\mu_2)+G(1/\mu_2)^2=0, \tag{10}$$

$$-G[\{h_1/(\mu_1)^2\}+\{h_2/(\mu_2)^2\}]-K\{(h_1/\mu_1)+(h_2/\mu_2)\}=v, \tag{11}$$

$$-G\{(h_1/\mu_1)+(h_2/\mu_2)\}=w \tag{12}$$

が成立すればよい。

(9) と (10) を $1/\mu_1$ と $1/\mu_2$ について解けば，

$$1/\mu_1=\{-K\pm\sqrt{K^2-4G}\}/(2G), \tag{13}$$

$$1/\mu_2=\{-K\pm\sqrt{K^2-4G}\}/(2G) \tag{14}$$

である。(12) から

$$(h_1/\mu_1)+(h_2/\mu_2)=-(w/G) \tag{15}$$

---

(10) 部分積分法では

$\int_0^t f'g\,d\tau=fg-\int_0^t fg'\,d\tau$

の関係が存在し，$f'=\exp(\mu t)$，$g=t$ とみれば，$f=(1/\mu)\exp(\mu t)$ であり，

$$\begin{aligned} \int_0^t \tau\exp(\mu\tau)d\tau &= (1/\mu)\exp(\mu t)t-\int_0^t(1/\mu)\exp(\mu\tau)d\tau \\ &= (1/\mu)\exp(\mu t)t-\Big[(1/\mu^2)\exp(\mu\tau)\Big]_0^t \\ &= (t/\mu)\exp(\mu t)-(1/\mu^2)\{\exp(\mu t)-1\} \end{aligned}$$

となる。

であり，（15）を（11）に代入すれば，

$$-G〔\{h_1／(\mu_1)^2\}+\{h_2／(\mu_2)^2\}〕-K+(w／G)=v$$

より，

$$\{h_1／(\mu_1)^2\}+\{h_2／(\mu_2)^2\}=(wK-vG)／G^2 \tag{16}$$

である。h_1 と h_2 を（15）と（16）の未知数と考えて連立方程式を解けば，$\mu_1 \neq \mu_2$ のときには

$$h_1=\{\mu_1／(1／\mu_1-1／\mu_2)\}\{(wK-vG)／G^2+w／G\mu_2\}, \tag{17}$$

$$h_2=\{\mu_2／(1／\mu_2-1／\mu_1)\}\{(wK-vG)／G^2+w／G\mu_1\} \tag{18}$$

となる。[11]

3. 問題の解法：μ_1 と μ_2 が等しい場合

$\mu_1=\mu_2$ のときには，$\mu_1=\mu_2=\mu$ であり，（2）の解である未知関数 $\phi(t)$ は

$$\phi(t)=(h_1+h_2t)e^{\mu t} \tag{19}$$

の形をとることが知られている。このときは，上記と同様に（19）を（2）に代入して，μ や h_1，h_2 を係数 v，w や K，G の値で導くことができる。

（19）を（2）に代入すれば，

$$v+wt=(h_1+h_2t)e^{\mu t}+\int_0^t(K+Gt-G\tau)\{(h_1+h_2\tau)e^{\mu\tau}\}d\tau \tag{20}$$

であり，この式はまた

---

(11)（15）より

$(h_2／\mu_2)=-\{(w／G)+(h_1／\mu_1)\}$

であり，この式を（16）に代入すれば，

$〔\{h_1／(\mu_1)^2\}-(1／\mu_2)\{(w／G)+(h_1／\mu_1)\}〕$

$=(wK-vG)／G^2$

より，

$\{h_1／(\mu_1)^2-h_1／(\mu_1\mu_2)\}=(wK-vG)／G^2+w／G\mu_2$,

$(h_1／\mu_1)(1／\mu_1-1／\mu_2)=(wK-vG)／G^2+w／G\mu_2$

であるが，$\mu_1=\mu_2$ であれば $(1／\mu_1-1／\mu_2)=0$ となるが，$\mu_1 \neq \mu_2$ のときには，

$h_1=\{\mu_1／(1／\mu_1-1／\mu_2)\}\{(wK-vG)／G^2+w／G\mu_2\}$

が成り立つ。同様に（15）と（16）を h_2 について解けば，$\mu_1 \neq \mu_2$ のときには

$h_2=\{\mu_2／(1／\mu_2-1／\mu_1)\}\{(wK-vG)／G^2+w／G\mu_1\}$

となる。

$$v+wt=(h_1+h_2t)e^{\mu t}+(K+Gt)\Big[(h_1/\mu)e^{\mu\tau}\Big]_0^t+h_2(K+Gt)\int_0^t \tau e^{\mu\tau}d\tau$$
$$-h_1G\int_0^t \tau e^{\mu\tau}d\tau-h_2G\int_0^t \tau^2 e^{\mu\tau}d\tau \tag{21}$$

と表すことができる。右辺の各項を部分積分すれば,

$$\int_0^t \tau e^{\mu\tau}d\tau=(t/\mu)e^{\mu t}-(1/\mu^2)(e^{\mu t}-1),$$
$$\int_0^t \tau^2 e^{\mu\tau}d\tau=(1/\mu)e^{\mu t}t^2-(2/\mu^2)e^{\mu t}t+(2/\mu^3)e^{\mu t}-(2/\mu^3)$$

であり[(12)], これらを（21）に代入すれば,

$$v+wt=(h_1+h_2t)e^{\mu t}+(K+Gt)(h_1/\mu)(e^{\mu t}-1)+h_2(K+Gt)\{(t/\mu)e^{\mu t}$$
$$-(1/\mu_2)(e^{\mu t}-1)\}-h_1G\{(t/\mu)e^{\mu t}-(1/\mu^2)(e^{\mu t}-1)\}$$
$$-h_2G\{(1/\mu)e^{\mu t}t^2-(2/\mu^2)e^{\mu t}t+(2/\mu^3)e^{\mu t}-(2/\mu^3)\}$$

であり，整理すれば[(13)]

$$v+wt=e^{\mu t}[h_1+h_1K/\mu+(h_1G-h_2K)/\mu^2-2h_2G/\mu^3+\{h_2+h_2K/\mu$$
$$+h_2G/\mu^2\}t]-h_1K/\mu-(h_1G-h_2K)/\mu^2$$
$$+2h_2G/\mu_3\{-h_1G/\mu+h_2G/\mu^2\}t \tag{22}$$

となる。

（22）が成立するためには $e^{\mu t}$ の項が 0 となり，$e^{\mu t}$ を含まない項の左右両辺が等しくならなければならない。したがって

$$h_1+h_1K/\mu+(h_1G-h_2K)/\mu^2-2h_2G/\mu^3=0, \tag{23}$$
$$h_2+h_2K/\mu+h_2G/\mu^2=0, \tag{24}$$
$$-h_1K/\mu-(h_1G-h_2K)/\mu^2+2h_2G/\mu^3=v, \tag{25}$$

---

(12) 部分積分法では

$$\int_0^t f'gd\tau=fg-\int_0^t fg'd\tau$$

の関係が存在し，$f'=e^{\mu t}$, $g=t$ とみれば，$f=(1/\mu)e^{\mu t}$ であり，

$$\int_0^t \tau e^{\mu\tau}d\tau=(1/\mu)e^{\mu t}t-\int_0^t(1/\mu)e^{\mu\tau}d\tau$$
$$=(1/\mu)e^{\mu t}t-\Big[(1/\mu^2)e^{\mu\tau}\Big]_0^t$$
$$=(t/\mu)e^{\mu t}-(1/\mu^2)(e^{\mu t}-1)$$

となる。また $f'=e^{\mu t}$, $g=t^2$ とみれば，$f=(1/\mu)e^{\mu t}$, $g'=2t$ であり，

$$\int_0^t \tau^2 e^{\mu\tau}d\tau=(1/\mu)e^{\mu t}t^2-(2/\mu)\int_0^t \tau e^{\mu\tau}d\tau$$

であるが，右辺第 2 項に（1）を代入すれば，

$$\int_0^t \tau^2 e^{\mu\tau}d\tau=(1/\mu)e^{\mu t}t^2-(2/\mu)\{(t/\mu)e^{\mu t}-(1/\mu^2)(e^{\mu t}-1)\}$$
$$=(1/\mu)e^{\mu t}t^2-(2/\mu^2)e^{\mu t}t+(2/\mu^3)e^{\mu t}-(2/\mu^3)$$

である。

$$-h_1G/\mu+h_2G/\mu^2=w \tag{26}$$

となる。

(24) より

$\mu^2+K\mu+G=0$

であり，μ について解けば，$\mu=(-K\pm\sqrt{K^2-4G})/2$ であるが，μ の2根が等しいために $K^2-4G=0$ であり，$\mu=-K/2$ となる。$\mu=-K/2$ を (23) に代入すれば，左辺が0となるために，(23) の関係式をも満足していることがわかる。[14]

$\mu=-K/2$ を (25) と (26) に代入し，h_1 と h_2 について解けば[15]，

$$h_1=v, \tag{27}$$

$$h_2=w-vK/2 \tag{28}$$

であり，(19) の $\phi(t)$ は，$\mu=-K/2$，(27)，(28) を代入すれば，

$$\phi(t)=(h_1+h_2t)e^{\mu t} \tag{19}$$

$$=\{v+(w-vK/2)t\}\exp\{(-K/2)t\} \tag{29}$$

---

(13) $e^{\mu t}$ を含む項とそれ以外の項とにわけて表せば，

$$\begin{aligned}v+wt=&e^{\mu t}\{h_1+h_2t+(K+Gt)(h_1/\mu)+h_2(K+Gt)(t/\mu)-h_2(K+Gt)(1/\mu^2)\\&-h_1G(t/\mu)+h_1G(1/\mu^2)-h_2G(1/\mu)t^2+h_2G(2/\mu^2)t-h_2G(2/\mu^3)\}\\&-K(h_1/\mu)+h_2K(1/\mu^2)-h_1G(1/\mu^2)+h_2G(2/\mu^3)\\&+\{-G(h_1/\mu)+h_2G(1/\mu^2)\}t\end{aligned}$$

であり，これらをさらに整理すれば，

$$\begin{aligned}v+wt=&e^{\mu t}[h_1+(h_1K/\mu)-(h_2K/\mu^2)+(h_1G/\mu^2)-(2h_2G/\mu^3)+\{h_2+(h_1G/\mu)\\&+(h_2K/\mu)-(h_2G/\mu^2)-(h_1G/\mu)+2h_2G/\mu^2)\}t+\{(h_2G/\mu)\\&-(h_2G/\mu)\}t^2]-h_1K/\mu-(h_1G-h_2K)/\mu^2+2h_2G/\mu^3\{-h_1G/\mu+h_2G/\mu^2\}t\end{aligned}$$

であり，これより

$$\begin{aligned}v+wt=&e^{\mu t}[h_1+h_1K/\mu+(h_1G-h_2K)/\mu^2-2h_2G/\mu^3\\&+\{h_2+h_2K/\mu+h_2G/\mu^2\}t]-h_1K/\mu-(h_1G-h_2K)/\mu^2\\&+2h_2G/\mu^3\{-h_1G/\mu+h_2G/\mu^2\}t\end{aligned}$$

を得る。

(14) $\mu=-K/2$ を (23) に代入すれば，

$$h_1-2h_1+4(h_1G-h_2K)/K^2+16h_2G/K^3 \tag{1}$$

であり，(1) に $G=K^2/4$ を代入すれば，

$-h_1+(h_1K^2-4h_2K)/K^2+4h_2K^2/K^3=0$

となる。

となる。

4. 数値例

交通量が資本 K や社会資本 G とどのような関係を有するかが $\phi(t)$ によって説明され，上記の検討によって $\phi(t)$ が v, w, K, G によって表された。以下では v, w, K, G のいくつかの数値例によって $\phi(t)$ が時間的にどのように推移するかを検討する。それぞれの単位は例えば億ドルであると考える。

4－1. 第1例

第1例として，（v, w, K, G）＝（10, 1, 100, 2000）の場合を検討する。このさいには，(13) より，

$$1／\mu_1 = \{-K \pm \sqrt{K^2-4G}\}／(2G) \tag{13}$$

$$= \{-100 \pm \sqrt{100^2-8000}\}／(4000) = \{-100 \pm 44.7214\}／(4000)$$

であり，$1／\mu_1 = -0.0362$，あるいは $1／\mu_1 = -0.0138$ である。したがって $\mu_1 = -27.6243$, あるいは $\mu_1 = -72.4638$ であり，μ_2 は，$\mu_2 = -72.4638$, あるいは $\mu_2 = -27.6243$ である。

$\mu_1 = -27.6243$, $\mu_2 = -72.4638$ の場合は，h_1 は (17) より[16]，

$$h_1 = -6.1661$$

である。h_2 は (18) より[17]，

$$h_2 = 16.1750$$

である。したがって $\phi(t)$ は (3) に $\mu_1 = -27.6243$，$\mu_2 = -72.4638$，$h_1 =$

(15) $\mu = -K／2$ を (25) と (26) に代入すれば，

$$2h_1 - 4(h_1G - h_2K)／K^2 - 16h_2G／K^3 = v, \tag{1}$$

$$2h_1G／K + 4h_2G／K^2 = w \tag{2}$$

であるが，まず等根条件 $G = K^2／4$ を (1) と (2) に代入すれば，

$$h_1 = v, \tag{3}$$

$$h_1K／2 + h_2 = w \tag{4}$$

であり，(3) を (4) に代入すれば，

$$h_2 = w - vk／2 \tag{5}$$

である。

-6.1661, $h_2 = 16.1750$ を代入すれば，

$$\phi(t) = h_1 \exp(\mu_1 t) + h_2 \exp(\mu_2 t) \tag{3}$$

$$= -6.1661 \exp(-27.6243t) + 16.1750 \exp(-72.4638t) \tag{30}$$

である。

μ_1 と μ_2 の値が逆の場合，すなわち $\mu_1 = -72.4638$, $\mu_2 = -27.6243$ のときにも $\phi(t)$ は同様な式になる。[18]

4−2. 第2例

第2例として $(v, w, K, G) = (10, 2, 200, 2000)$ の場合を検討する。このときには，(13) より，

$$1/\mu_1 = \{-K \pm \sqrt{K^2 - 4G}\}/(2G) \tag{13}$$

$$= \{-200 \pm \sqrt{200^2 - 8000}\}/(4000) = \{-200 \pm 178.8854\}/(4000)$$

であり，$1/\mu_1 = -0.0053$，あるいは $1/\mu_1 = -0.0947$ である。したがって $\mu_1 = -188.6792$, あるいは $\mu_1 = -10.5597$ であり，μ_2 は，$\mu_2 = -10.5597$, あるいは $\mu_2 = -188.6792$ である。

$\mu_1 = -188.6792$, $\mu_2 = -10.5597$ の場合は，(17) より，[19]

---

(16) (17) より，

$$h_1 = \{\mu_1/(1/\mu_1 - 1/\mu_2)\}\{(wK - vG)/G^2 + w/G\mu_2\}$$
$$= \{-27.6243/(-0.0362 + 0.0138)\}\{(100 - 20000)/4000000 + 1/2000(-72.4638)\}$$
$$= \{-27.6243/(-0.0224)\}\{(-19900)/4000000 + 1/(-144927.6)\}$$
$$= \{1233.2277\}\{-0.0050 - 0.0000\}$$
$$= -6.1661$$

である。

(17) (18) より，

$$h_2 = \{\mu_2/(1/\mu_2 - 1/\mu_1)\}\{(wK - vG)/G^2 + w/G\mu_1\}$$
$$= \{-72.4638/(1/-72.4638 - 1/-27.6243)\}$$
$$\{(100 - 20000)/4000000 + 1/2000(-27.6243)\}$$
$$= \{-72.4638/(-0.0138 + 0.0362)\}\{(-19900)/4000000 + 1/-55248.6\}$$
$$= \{-72.4638/(0.0224)\}\{-0.0050 + 0.0000\}$$
$$= \{-3234.9911\}\{-0.0050\}$$
$$= 16.1750$$

である。

$h_1 = 10.3415$

であり，(18) より[20]，

$h_2 = -0.5788$

である。したがって $\phi(t)$ は (3) に $\mu_1 = -188.6792$，$\mu_2 = -10.5597$，$h_1 = 10.3415$，$h_2 = -0.5788$ を代入すれば，

$$\phi(t) = h_1 \exp(\mu_1 t) + h_2 \exp(\mu_2 t) \tag{3}$$

$$= 10.3415 \exp(-188.6792t) - 0.5788 \exp(-10.5597t) \tag{31}$$

となる。

μ_1 と μ_2 の値が逆の場合，すなわち $\mu_1 = -10.5597$，$\mu_2 = -188.6792$ のときに

---

(18) $\mu_1 = -72.4638$，$\mu_2 = -27.6243$ の場合には，

$h_1 = \{\mu_1/(1/\mu_1 - 1/\mu_2)\}\{(wK - vG)/G^2 + w/G\mu_2\}$
$= \{-72.4638/(-0.0138 + 0.0362)\}\{(100 - 20000)/4000000$
$+ 1/2000(-27.6243)\}$
$= \{-72.4638/(0.0224)\}\{(-19900)/4000000 + 1/(-55248.6)\}$
$= \{-3234.9911\}\{-0.0050 - 0.0000\}$
$= 16.1750$，

$h_2 = \{\mu_2/(1/\mu_2 - 1/\mu_1)\}\{(wK - vG)/G^2 + w/G\mu_1\}$
$= \{-27.6243/(1/-27.6243 - 1/-72.4638)\}$
$\{(100 - 20000)/4000000 + 1/2000(-72.4638)\}$
$= \{-27.6243/(-0.0362 + 0.0138)\}\{(-19900)/4000000 + 1/-144927.6\}$
$= \{-27.6243/(-0.0224)\}\{-0.0050 - 0.0000\}$
$= \{1233.2277\}\{-0.0050\}$
$= -6.1661$

であり，$\phi(t)$ は (3) に $\mu_1 = -72.4638$，$\mu_2 = -27.6243$，$h_1 = 16.1750$，$h_2 = -6.1661$ を代入すれば，

$\phi(t) = h_1 \exp(\mu_1 t) + h_2 \exp(\mu_2 t)$
$= 16.1750 \exp(-72.4638t) - 6.1661 \exp(-27.6243t)$

であり，$\mu_1 = -27.6243$，$\mu_2 = -72.4638$ の場合と同じ関数になる。

(19) (17) より，

$h_1 = \{\mu_1/(1/\mu_1 - 1/\mu_2)\}\{(wK - vG)/G^2 + w/G\mu_2\}$
$= \{-188.6792/(-0.0053 + 0.0947)\}\{(400 - 20000)/4000000$
$+ 2/2000(-10.5597)\}$
$= \{-188.6792/(0.0894)\}\{(-19600)/4000000 + 2/(-21119.4)\}$
$= \{-2110.5056\}\{-0.0049 - 0.0000\}$
$= 10.3415$

である。

も $\phi(t)$ は同様な式になる。

4－3. 第３例

第３例として（v, w, K, G）＝（10, 1, 100, 2500）の場合を考える。このさいには，$G=2500=K^2/4=10000/4$ であるために，$\mu_1=\mu_2=\mu$ であり，$\mu=-K/2=-50$ となる。また（27）より $h_1=v=10$,（28）より $h_2=w-vK/2=1-10\times100/2=-499$ であり,（19）にこれらの値を代入すれば,未知関数 $\phi(t)$ は

$$\phi(t)=(h_1+h_2t)e^{\mu t} \tag{19}$$

$$=(10-499t)e^{-50t} \tag{32}$$

となる。

4－4. 第３例

第３例として（v, w, K, G）＝（10, 2, 200, 10000）の場合を検討する。このときには, $G=10000=K^2/4=40000/4$ であるために, $\mu_1=\mu_2=\mu$ であり，このとき $\mu=-K/2=-100$ となる。また（27）より $h_1=v=10$,（28）より $h_2=w-vK/2=2-10\times200/2=-998$ であり,（19）にこれらの値を代入すれば, $\phi(t)$ は

$$\phi(t)=(h_1+h_2t)e^{\mu t} \tag{19}$$

$$=(10-998t)e^{-100t} \tag{33}$$

となる。

↙(20)（18）より,

$$h_2=\{\mu_2/(1/\mu_2-1/\mu_1)\}\{(wK-vG)/G^2+w/G\mu_1\}$$
$$=\{-10.5597/(1/-10.5597-1/-188.6792)\}$$
$$\{(400-20000)/4000000+2/2000(-188.6792)\}$$
$$=\{-10.5597/(-0.0947+0.0053)\}\{(-19600)/4000000+2/-37735.84\}$$
$$=\{-10.5597/(-0.0894)\}\{-0.0049+0.0000\}$$
$$=\{118.1174\}\{-0.0049\}$$
$$=-0.5788$$

である。

5. 未知関数の比較

以上の計算例から結果を比較すれば，例 1 と例 2 では，例 2 は例 1 に比べ時間 t の経過にともなう交通量の増加を示す w の値が 2 倍で，資本も 2 倍であるが，このために $\phi(t)$ は以下のように相違する。

例 1：$(v, w, K, G) = (10, 1, 100, 2000)$

$$10+t=\phi(t)+\int_0^t\{100+2000(t-\tau)\}\phi(\tau)d\tau \tag{34}$$

$$\phi(t)=-6.1661\exp(-27.6243t)+16.1750\exp(-72.4638t)。 \tag{30}$$

例 2：$(v, w, K, G) = (10, 2, 200, 2000)$

$$10+2t=\phi(t)+\int_0^t\{200+2000(t-\tau)\}\phi(\tau)d\tau \tag{35}$$

$$\phi(t)=-0.5788\exp(-10.5597t)+10.3415\exp(-188.6792t)。 \tag{31}$$

例 3 と例 4 とでは，例 4 は例 3 に比べ時間 t の経過にともなう交通量の増加を示す w の値が 2 倍で，資本が 2 倍，社会資本が 4 倍であるために，$\phi(t)$ は以下のように相違する。

例 3：$(v, w, K, G) = (10, 1, 100, 2500)$

$$10+t=\phi(t)+\int_0^t\{100+2500(t-\tau)\}\phi(\tau)d\tau \tag{36}$$

$$\phi(t)=(10-499t)e^{-50t}。 \tag{32}$$

例 4：$(v, w, K, G) = (10, 2, 200, 10000)$

$$10+2t=\phi(t)+\int_0^t\{200+10000(t-\tau)\}\phi(\tau)d\tau \tag{37}$$

$$\phi(t)=(10-998t)e^{-100t}。 \tag{33}$$

上記には資本 K や社会資本 G が交通量に関連していることが憶測可能なさいに，具体的にどのように関連しているかを知る一つの方法が，過去の累積的な影響を考慮して示されている。これらの分析から，一定期間の交通量の推移を統計的に測定し，その期間の交通量の推移が $10+t$ であれば，測定期間以後の時点の交通量は，資本や社会資本の額から独自に推定や予測が可能になり，もし $(K, G) = (100, 2000)$ であれば，(34) の式と (30) の式が，$(K, G) = (100, 2500)$ であれば，(36) と (32) が適用され，その期間の交通量の推移が

$10+2t$ であれば，$(K, G)=(200, 2000)$ であれば，(35) と (31) が，$(K, G)=(200, 10000)$ であれば，(37) と (33) が適用される。

資本 K や社会資本 G と交通量のマクロ的な関連は十分に検討されていない分野であり，今後多様な側面から研究が期待される。

参考文献

Ben-Akiva, Moshe, "Methods to Combine Different Data Sources and Estimate Origin-Destination Matrices", included in Nathan H. Gartner and Nigel H. M. Wilson Eds., Transportation and Traffic Theory, Elsevier, 1987.

Berechman, Joseph, Public Transit Economics and Deregulation Policy, Studies in Regional Science and Urban Economics Vol. 23, North-Holland, 1993.

Button, Kenneth J., Transport Economics, 2nd Edition, Edward Elgar, 1993.

Dierx, Adriaan H., "Intermetropolitan Transfer Costs and the Equilibrium Size of Metropolitan Areas", Regional Science and Urban Economics, 20 (1990), 173-187.

保原光雄，中原恒雄，『トラフィック制御』，コロナ社，1975年。

Kain, John F., "A Contribution to the Urban Transportation Debate: An Econometric Model of Urban Residential and Travel Behavior", Review of Economics and Statistics, 46 (1964), 55-64. .

McFadden, Daniel, "The Measurement of Urban Travel Demand," Journal of Public Economics, 3 (1974), 303-28.

Mishan, E. J., Cost-Benefit Analysis, George Allen & Unwin Ltd, 1975.

森地茂・山形耕一編『交通計画』，土木学会編「新体系土木工学」60，技報堂出版，1993年。

Rephann, Terance and Andrew Isserman, "New Highways as Economic Development Tools: An Evaluation Using Quasi-Experimental Matching Methods", Regional Science and Urban Economics, 24 (1994), 723-51.

Sheppard, Stephen and Mark Edward Stover, "The Benefits of Transport Improvements in a City with Efficient Development Control", Regional Science and Urban Economics, 25 (1995), 211-22.

Solow, Robert M, "Congestion Cost and the Use of Land for Streets", Bell Journal of Economics and Management Science, 4 (1973), 602-18.

Solow, Robert M. and William S. Vickrey, "Land Use in a Long Narrow City", Journal of Economic Theory, 3 (1971), 430-47.

Werner, Christian, Spatial Transportation Modeling, Sage Publications, 1985.